Acc. Sc. Torino – Atti Sc. Fis.
135 (2001), 111-120.

Critica del concetto di sicurezza strutturale e della sua quantificazione probabilistica

Nota del Socio corrispondente Ettore ANTONA
presentata nell'adunanza del 17 maggio 2000

Riassunto. *Il concetto di sicurezza strutturale viene sottoposto a critica a livello di fondamenti logici, per richiamarne la natura probabilistica, secondo una visione ormai accettata dal pensiero di progetto, anche se la prassi ancora molto si avvalga di coefficienti deterministici e di criteri, per altro previsti dalle normative, che paiono inseriti in una visione deterministica. La critica proposta discute fra l'altro i motivi per cui allo stato attuale la prassi in atto è il più concreto e affidabile modo di procedere, evidenziando che a una impostazione completamente probabilistica della prassi di progetto sono di ostacolo la scarsa credibilità delle conoscenze sulle densità di probabilità dei dati sui carichi e sui materiali, in specie per valori lontani dai medi, nonché il tipo di algoritmi disponibili, in relazione ai dati credibili.*

Una recente proposta relativa all'adozione nell'inferenza statistica di un principio di massimo dell'incertezza, concetto derivato dalla teoria dell'informazione e, sotto determinate precisazioni, coincidente con l'entropia, nonché alcune possibilità offerte da tale principio, evidenziate allo scopo, consentono di proporre una nuova impostazione della quantificazione probabilistica della sicurezza, foriera di un decisivo passo nella direzione della impostazione completamente probabilistica della sicurezza strutturale nella prassi di progetto, in tal modo rendendo la prassi stessa adeguata al livello concettuale.

Abstract. *Structural safety concept is analysed with a criticism at a logical level, in order to recollect its probabilistic nature, following a way of thinking jet accepted by the design philosophy, even if praxis is still utilising many deterministic coefficients and criteria, in any case by the regulations, that appear as deriving from a deterministic conception. The proposed criticism discuss among others the reasons that make of the actual praxis the more coherent and reliable procedure* *way, putting into evidence that the present poor confidence of our knowledge on probability density on loads and materials, particularly as values very far from expected ones are concerned, and also the inadequacy of the allowable algorithms, reference made to the allowable data, constitute obstacles to a complete probabilistic nature of the design praxis.*

A recent proposal concerning the adoption, in the statistical inference, of a maximum uncertainty principle, concept derived from information theory, an under some condition coinciding with entropy, an in particular some possibilities offered by such a principle, evidenced taking into account our scope, allow us to suggest a new approach to the safety probabilistic quantification, capable of a deciding step in the direction of a completely probabilistic approach to structural safety in the design praxis, in such away giving to the same praxis a level adequate to the conceptual one.

1. Introduzione

Le recenti evoluzioni della tecnologia aerospaziale, così come di altre, rendono, ad avviso dell'A., necessaria una analisi critica del concetto di sicurezza e delle vie attraverso le quali, nella normativa e nel progetto, la sicurezza stessa viene richiesta e assicurata. Il presente lavoro si prefigge di avviare tale analisi con particolare attenzione agli aspetti probabilistici della sicurezza, con considerazioni di natura fondamentale, rimanendo su un piano accademico e rigoroso dal punto di vista logico-formale, cui dibattiti, verifiche e riscontri possano dare eventualmente sviluppi a livello operativo.

La natura della sicurezza è probabilistica, nel senso che una sua quantificazione può aversi solamente in termini probabilistici. La sicurezza strutturale non sfugge a questa natura. Di fatto, però, nella maggiore parte dei casi, nella prassi la quantificazione della sicurezza strutturale non è richiesta né cercata, in considerazione del fatto che i requisiti di norma e la prassi stessa ottengono il richiesto livello di sicurezza attraverso l'introduzione di criteri e coefficienti di sicurezza, assai numerosi e di natura deterministica, da applicarsi a carichi, durate e velocità, a seconda delle necessità e nelle varie pieghe dei calcoli di progetto, i quali risultano anche da sofisticate analisi probabilistiche, senza però pervenire a quantificazioni probabilistiche globali del citato livello.

Questa situazione si è andata affermando, in ambito aerospaziale, quale evoluzione degli approcci seguiti agli albori e nelle prime fasi, quando il criticismo degli strumenti impiegati nella tecnica non era certamente sviluppato, e nella necessità di ottenere comunque livelli di sicurezza consoni alle aspettative della collettività, livelli che la pratica dell'esercizio ha via via dimostrato essere conseguenti ai sopracitati criteri deterministici. Infatti, una impostazione completamente probabilistica della sicurezza, derivante da requisiti globali di tipo probabilistico, avrebbe trovato difficoltà a essere seguita, a causa della inadeguata credibilità dei dati probabilistici necessari, soprattutto relativamente alle "code" delle densità di probabilità, i cui andamenti risultano particolarmente significativi negli integrali di convoluzione nel calcolo di valori di probabilità, i cui ordini di grandezza sono quelli tipici delle strutture aerospaziali, nelle quali gli eventi coinvolti, quali, per stare su esempi concreti, il superamento in esercizio del carico di robustezza in una ora di volo o il manifestarsi in una struttura di un carico ammissibile inferiore a quello discendente dai dati sui materiali, ottenuti con le ormai consolidate analisi statistiche, appartengono alla classe degli eventi rari. A maggior ragione sono eventi rari i superamenti in una ora di volo dei predetti ammissibili da parte di un carico applicato.

In realtà, anche in una visione di poco approfondita, l'estraneità degli aspetti probabilistici rispetto alla sicurezza strutturale è solo apparente, anzi negata dalla normativa e dalla prassi. Infatti, i vari criteri e coefficienti di sicurezza devono essere e sono applicati a valori e grandezze di origine probabilistica.

Le cause di incertezza, discusse nel presente lavoro, riguardano la conoscenza dei carichi, delle capacità di sopportazione di stati di sollecitazione da parte dei materiali, anche in presenza di cricche o difetti, e degli effetti dell'affaticamento. Non sono prese in esame le cause di incertezza legate all'analisi strutturale, sia statica sia dinamica, per quanto di incerto vi possa essere nella conoscenza delle proprietà dei materiali non precedentemente citate e delle dimensioni geometriche.

2. Considerazioni generali

L'A. ha avviato in precedenti lavori l'analisi critica degli aspetti della sicurezza strutturale, aventi natura probabilistica più o meno palese. È tuttavia possibile radicalizzare l'analisi critica suddetta osservando ancora che:

-l'idea dei fratelli Wright stessi di assumere quale livello di progetto un fattore di carico pari a 5, v. (1) e (3), presuppone, anche se inespresso, il convincimento che la probabilità del manifestarsi di un fattore superiore sia di fatto trascurabile;

-la distinzione intervenuta in un secondo tempo fra carichi di manovra e carichi di raffica, v. (1) e (3), nella accezione ancora oggi presente nella Normativa, presuppone il convincimento che la probabilità del verificarsi di condizioni in cui i due tipi di carico concomitantemente presenti diano luogo a carichi superiori ai massimi considerati nei due tipi isolati, tenuto conto anche delle tecniche di pilotaggio e delle istruzioni ai piloti, sia di fatto trascurabile.

- In ogni caso i valori impiegati quali dati nei calcoli di progetto, come per esempio le tensioni a rottura o a snervamento dei materiali, le curve di fatica, le leggi sull'accrescimento delle cricche, i fattori di sicurezza a fatica e così via, hanno origini probabilistiche, circostanza ormai accettata dal pensiero di progetto e anche dall'A. discussa - si vedano in particolare (1), (3) e (4).

Se di ogni valore, che quantifichi una grandezza, impiegato nei calcoli di progetto, si suppone di conoscere la densità di probabilità della variabile casuale di cui esso è una sezione, per quanto complesse siano le operazioni effettuate, è sempre possibile stimare in termini rigorosi le probabilità del manifestarsi in esercizio di rotture, cioè del fatto che un carico applicato possa risultare superiore a un carico ammissibile dalla struttura. Il problema è appunto quello di disporre delle necessarie densità di probabilità, le quali dovrebbero essere note soprattutto in corrispondenza dei valori più distanti dal valore medio, valori che contribuiscono significativamente nella determinazione degli integrali di convoluzione.

Quale esempio paradigmatico di siffatti calcoli consideriamo il caso della quantificazione della sicurezza nel caso di rottura statica di un particolare di struttura. Siano *F* e *A* rispettivamente i carichi applicati e i carichi ammissibili. Siano $f(F)$ e $g(A)$ le rispettive densità di probabilità. La sicurezza, ovvero la probabilità che un singolo *F* non superi un singolo *A*, è data dall'integrale di convoluzione

$$S_1 = \int_0^\infty f(F)dF \int_F^\infty g(A)dA\,,$$

nel quale, se i valori medi delle *F* e delle *A* sono differenti, per una credibile stima di *S* è necessario disporre di credibili andamenti delle *f* e delle *g* anche in punti lontani dagli stessi valori medi. Giova a questo punto osservare l'inadeguatezza, ai fini di ottenere credibili quantificazioni, di quei procedimenti di calcolo, ad esempio basati sul metodo di Montecarlo o su andamenti di particolari distribuzioni di probabilità, i quali abbisognano in ogni caso delle distribuzioni *f* e *g* .

In definitiva, il calcolo precedente può essere riguardato come la determinazione della sicurezza, quando si conoscano le densità di probabilità di variabili stocastiche *F* e *A*, di cui due rispettive sezioni (robustezza e rottura) sono coincidenti. Ciò che è necessario sottolineare è la circostanza che la sola conoscenza delle probabilità, con cui vengono superati i valori di robustezza e non vengono superati i valori di rottura, non è sufficiente per determinare la voluta sicurezza. Le due suddette probabilità sono invece quanto si può pensare di ottenere dalle sperimentazioni di varia natura (esercizio o prove ad hoc), che si possono sfruttare di fronte al problema specifico.

Il concetto di sicurezza è però più espressivo, se legato a un definito periodo di tempo (di impiego) come per esempio un'ora, un volo o altro riferimento. L'A. ha preso in esame questo aspetto del problema, (5), considerando il caso in cui n carichi appartenenti agli F vengano nel tempo di impiego applicati alla stessa struttura appartenente agli A. Ovviamente la sicurezza per n carichi risulta $S_n = S_1^n$ e ponendo $-\lambda = \ln S_1$ si ha:

$S_n = e^{-\lambda n}$.

In altre parole si è ottenuta una espressione esponenziale della probabilità cumulativa di sopravvivenza dopo l'applicazione di n carichi. Ammettendo ora una relazione lineare $t=hn$ fra tempo e numero di carichi applicati, ponendo $\eta = h^{-1}\lambda$, si ottiene:

$S(t) = e^{-\eta t}$.

Tale formula rivela un modello comportamentale avente tasso di guasto costante.

Ovviamente, la scarsa credibilità della determinazione di S_1 si riflette nella scarsa credibilità di S_n e $S(t)$.

Una via per ottenere una credibile quantificazione della sicurezza, a partire dalle due probabilità suddette, cioè la probabilità di superare il carico di robustezza e quella di non superare il carico ammissibile, è qui proposta quale argomento centrale, attraverso l'utilizzazione del principio di massima incertezza,(7) e (8).

La proposta si basa sulla considerazione della probabilità che, in un tempo determinato, un carico superi un valore determinato e che un carico ammissibile risulti inferiore allo stesso valore.

3. Incertezza e inferenza

Si considerino eventi f e a, costituenti rispettivamente due coppie di famiglie di eventi F e A, e un valore r, tale che :

$P(f > r) = \alpha$, $P(a < r) = \beta$,

in un problema in cui si vuole ottenere una stima di $p = P(f > a)$. Nel caso in cui, per problemi di rappresentatività del campione, $P(f > r)$ e $P(a < r)$ siano affetti da livelli di credibilità, ci si può riferire a probabilità per così dire "totali" utilizzando quanto esposto in APPENDICE A. Nell'assenza di dati circa gli andamenti di $g(f)$ e $g(a)$, dove le g sono le densità di probabilità, torna utile la considerazione di

$$p = 1 - \sqrt[n]{\frac{1}{2}}\,,$$

cioè della probabilità di insuccesso di un evento che in *n* tentativi ha dato *n* successi, risultato ottenuto, (7), attraverso l'applicazione del principio di massima incertezza. Infatti, indicando con n_f e n_a rispettivamente i numeri di insuccessi del tipo *f* e del tipo *a*, che dànno luogo rispettivamente a α e β, si ha, nel caso di eventi rari, cioè nel caso di elevati valori di *n*, (v. appendice B):

$$n_f = \frac{0{,}693}{\alpha} \quad , \quad n_a = \frac{0{,}693}{\beta} \quad .$$

si possono pertanto concepire $n_f n_a$ eventi indipendenti, nei quali si ha: $f < a$. La probabilità $P(f > a)$ risulta pertanto data da:

$$p = \frac{0{,}693}{n_{f\partial} n_a} = \frac{1}{0{,}693}\alpha\beta \,.$$

La conoscenza di α e β, cioè delle probabilità di due eventi $f > r$ e $a < r$, non è in sé bastevole alla determinazione di *p,* attraverso la considerazione di schemi del tipo *serie* o *parallelo*, senza cioè fare ricorso alle considerazioni sopra esposte quali succedanee degli integrali di convoluzione, come spiegato in ALLEGATO C. Il procedimento qui proposto potrebbe essere indicato come *"inferenza convolutiva fondata sulla massimizzazione dll'incertezza"*.

4. Inferenza statistica e quantificazione

Per effettuare una quantificazione in fatto di sicurezza occorre disporre di dati probabilistici del tipo per esempio, riferendoci ai carichi applicati, del "carico che viene superato una volta in un dato periodo di tempo *t*", concetto che corrisponde alla combinazione dei due seguenti: "carico che ha la probabilità 1/*n* di verificarsi" e "nell'assegnato periodo di tempo *t* si verificano *n* carichi ", corrispondenza valida in particolare se *n* è molto grande. Si intende che il valore *n* è da intendersi *medio* fra vari periodi di tempo. Anche per questo tipo di acquisizioni è possibile fare ricorso al concetto di incertezza e al relativo "principio di massimo", per effettuare di fatto una operazione di inferenza. Risulta facile l'estensione di quanto detto al caso del " carico che viene superato 1/ *m* volte in un periodo di tempo": basta considerare ovviamente un tempo pari a 1/*m* del periodo precedentemente considerato *t*. Se *m* è grande, si può anche dire che il carico ha una probabilità 1/ *m* di essere superato in 1/ *m* di *t*.

Lasciando al lettore di considerare quali prove e quali operazioni di inferenza effettuare, allo scopo di ricavarsi, eventualmente affetti da tassi di credibilità, i due dati statistici predetti, consideriamo invece che, se in una prova che dura un tempo *kmt* un carico viene superato *k* volte, se *k* è piccolo e il numero di carichi di ciascun *t* è grande così come *m*, si può dire che il carico stesso ha la probabilità 1/ *m* di verificarsi in *t* . Considerando ora un successo il non superamento di un carico, se nel tempo *mt* esso viene superato una volta, e quindi ha la probabilità 1/ *m* di essere superato in *t*, alla stessa conclusione si giunge se in un tempo pari a 0,693 *mt* si hanno zero successi, cioè esso non viene superato (v. APPENDICE B e para. 3).

Quale esempio di applicazione di concetti analoghi a un caso più complesso, consideriamo il carico sopportabile in presenza di una cricca dovuta alla evoluzione di cricca preesistente per effetto di *r* unità di tempo, per esempio *r* voli. Supponiamo di conoscere: la densità di probabilità delle lunghezze di cricca $l_{1,}$ che sfuggono ai controlli non distruttivi, f_1 (l_1); la densità di probabilità delle lunghezze di cricca l_2, dovute ad accrescimento per impiego, f_2 (l_2); e la densità di probabilità del carico ammissibile *A* in presenza di una cricca di lunghezza *l*, g_l (*A*). Formata sulla base delle f_1 e f_2, con le relazioni che non è qui il caso di richiamare, la densità di probabilità della somma $l= l_1+ l_2$, *f* (*l*), si può qui esprimere con un integrale di convoluzione la probabilità che il carico ammissibile risulti inferiore a un valore prefissato A_0 , dopo l’effettuazione di *r* voli. Tale probabilità risulta data da:

$$P(A < A_0) = \int_o^{\infty} f(l)dl \int_0^{A_0} g_l(l)dA.$$

La scarsa credibilità della conoscenza delle densità di probabilità coinvolte nell’integrale, rende scarsamente credibile la quantificazione della probabilità desiderata. Una via (alternativa) per ottenere la voluta quantificazione, attraverso l’utilizzazione del principio di massima incertezza, è la seguente. Siano l_α e A_β rispettivamente la lunghezza di cricca che ha probabilità α di essere superata in *r* voli e il carico che ha β probabilità di non essere sopportato da una struttura incorporante una cricca di lunghezza l_α . I valori $\alpha, \beta, l_{\alpha,}, A_\beta$ sono di più credibile determinazione. Se α, β sono molto piccoli, introdotti i loro inversi n_α, n_β, conoscere α, β significa aver ottenuto una l superiore a l_α su n_α tentativi e un A inferiore a A_β su n_β tentativi. L’applicazione dei risultati ottenuti con il principio di massima incertezza, ci consente di stabilire che alle stesse conclusioni, cioè α, β, saremmo pervenuti in presenza di $0{,}693\, n_\alpha$ e

$0{,}693\,n_\beta$ prove rispettivamente, nelle quali non si fossero verificati gli eventi suddetti. Tale circostanza ci consente di immaginare $0{,}693^2\ n_\alpha n_\beta$ prove in cui si ottiene $A > A_\beta$, dopo l'effettuazione di *r* voli. In conclusione una quantificazione probabilistica risulta la seguente probabilità:

$$P\,(\,A > A_\beta\,) = 1 - \frac{1}{0{,}693 n_\alpha n_\beta}. = 1 - \frac{1}{0{,}693}\alpha\beta\,.$$

5. Conclusioni

La completa quantificazione della sicurezza strutturale, obiettivo concettuale e teorico fondamentale nel processo di avanzamento della conoscenza, incontra, allo stato attuale della scienza tecnica, difficoltà dovute principalmente alla disponibilità di dati sulle densità di probabilità delle grandezze coinvolte, in particolare dei carichi applicati e delle caratteristiche dei materiali. Tali dati sono, allo stato attuale, in particolare insufficienti per valori lontani dai medi, talché accadimenti esterni agli intervalli centrali da essi delimitati costituiscono eventi rari. D'altra parte è proprio su tali eventi rari che si deve accentrare la nostra attenzione, in considerazione dei valori di rischio ritenuti accettabili e che ovviamente scaturiscono dal complesso dei requisiti di norma. Una indiretta ma autorevole dimostrazione del fatto che una completa quantificazione non è ora perseguibile ci viene dalla struttura stessa delle norme vigenti, che impongono una serie assai numerosa di precauzioni aventi la natura di margini (in gran parte di aspetto deterministico) dal cui complesso scaturisce, da un punto di vista teorico, un livello probabilistico di sicurezza che nella prassi non viene richiesto.

Taluni risultati della utilizzazione del concetto di incertezza e del principio di massima incertezza nella inferenza statistica, in particolare specializzati al caso di eventi rari, offrono la possibilità di effettuare decisivi progressi sulla via della credibile quantificazione della sicurezza strutturale. L'idea centrale delle considerazioni proposte consiste nel passaggio dalla probabilità di un evento raro al numero di eventi complementari, in sequenza ininterrotta, tale da giustificare la predetta probabilità. In possesso del numero relativo alla probabilità di superamento di un carico applicato e di quello relativo al non superamento di un carico ammissibile, è possibile ottenere un numero di non superamenti in sequenza ininterrotta del carico ammissibile, da parte del carico applicato, e quindi della relativa probabilità, cioè della sicurezza. Il processo può essere applicato a tutte i problemi che a livello teorico vengono affrontati con integrali di convoluzione.

APPENDICE A

Nel caso di dati probabilistici soggetti a credibilità è possibile determinare in via approssimata le loro quantificazioni per dir così “totali” . Ad esempio se una grandezza ha una probabilità *q* di superare un limite *l* di credibilità con un livello di credibilità *b,* una stima della probabilità di superare il predetto limite è

$$p = qc + (1-q)(1-c) = 1 + 2qc - q - c\,.$$

APPENDICE B

Si può ricavare una espressione approssimata di

$$p = 1 - \sqrt[n]{\tfrac{1}{2}}$$

cioè della probabilità di insuccesso di un evento che in n tentativi ha dato n successi, (7).
Poiché ln2 =0,693,considerando le sole prime tre cifre significative, si ha:

$$\sqrt[n]{\frac{1}{2}} = e^{-\frac{0,693}{n}}$$

Sviluppando ora in serie il logaritmo naturale e fermandosi al secondo termine, si ottiene:

$$p = \frac{o,693}{n}\,.$$

APPENDICE C

Se $P(f > r) = \alpha$ e $P(a < r) = \beta$, il tentativo di ottenere,scelto un f e un a, la probabilità $p = P(f > a)$ attraverso considerazioni di schemi del tipo *serie* o *parallelo* conduce a risultati inaccettabili: se infatti si approssima la probabilità dell'evento $a < r$ con quella dell'evento $f > r, a < r$, si ottiene

$$p = \alpha\beta \,;$$

per contro, se si approssima la stessa probabilità con il complemento a 1 della probabilità dell'evento $f < r, a > r$, si ottiene

$$p = \alpha + \beta - \alpha\beta \,.$$

Nel caso di maggior interesse per le nostre considerazioni, $\alpha, \beta << 1$, la prima approssimazione risulta ottimistica e la seconda risulta esageratamente pessimistica. È quindi giocoforza avvalersi dell'integrale di convoluzione o in via approssimata ma oculatamente approssimata dell'inferenza, convolutiva fondata sulla massima incertezza, proposta nel presente lavoro.

Bibliografia

1. ANTONA E., *Critical Review of Various Structural Safety Concepts Taking into Account NDI Methods*, "Non Destructive Inspection Relationships to Aircraft Design and Materials",AGARD C.P. 234.
2. ANTONA E., *Mathematical Aspect of the Probabilistic Evaluation of Structural Safety and NDI Capabilities,* Convegno sulla "Fatica nelle strutture Aerospaziali", AIFA e Politecnico di Torino, Torino, Febbraio 1978.
3. ANTONA E., *Sicurezza, durata e affidabilità delle strutture aerospaziali,* Notiziario Tecnico AMMA,n. 5, Maggio 1982.
4. ANTONA E., *Safety in astronautic activities*, Atti del Convegno Colombo"Torino, Atti dell'Accademia delle Scienze di Torino, Suppl. Vol.122, 1988."
5. ANTONA E., *Probability principles and static safety,* Atti dell'Accademia delle Scienze di Torino, Vol. 122, fascicolo nø 3-4, 1988.
6. ANTONA E., *La sicurezza nel progetto degli aeromobili e dei veicoli spaziali,* Atti della Accademia delle Scienze di Torino, Supp. 1 Vol. 127, 1993.
7. ANTONA E., *Incertezza e fondamenti dell'inferenza nel progetto,* Accademia delle Scienze di Torino, Memorie di Scienze Fisiche, Vol. 19-20 (1995-1996), pp.261-310.
8. ANTONA E., *Uncertainty and Inference Foundation in Design,* Atti del Convegno Probabilistic Safety Assessement and Management,ESREL '96 (EUROPEAN SAFETY AND RELIABILITY ASSOCIATION) and PSAM-III (INT. ASSOCIATION FOR PROBABILISTIC SAFETY ASSESMENT AND MANAGEMENT), CRETA,GRECE,24-28 giugno, 1996, Ed.C.Cacciabue and I.A.Papazoglu,Springer.